CENTRE DE RECHERCHE SUR LES TRANSPORTS
(C.R.T.)
CENTRE FOR RESEARCH ON TRANSPORTATION

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL
ÉCOLE DES HAUTES ÉTUDES COMMERCIALES
ÉCOLE POLYTECHNIQUE

MÉMOIRE D'ÉTUDIANT

CENTRE DE RECHERCHE SUR LES TRANSPORTS
UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL
C.P. 6128, SUCCURSALE A.
MONTRÉAL
CANADA H3C 3J7

TÉLÉPHONE: (514) 343-7575
TÉLEX: 05-24146 BIBPOLYTEC
EMAIL: crt@crt.umontreal.ca
TÉLÉCOPIEUR (FAX): (514) 343-7121

CRT-725

ANALYSE DES BÉNÉFICES SOCIAUX À LA SUITE DE L'AMÉLIORATION D'UNE ROUTE ENTRE DEUX RÉGIONS

par

Pedro A. Fernandez Galvan*

* Mémoire de maîtrise, département de sciences économiques, Université de Montréal, dirigé par Marc Gaudry et Richard Laferrière.

Centre de recherche sur les transports - Publication #725
Octobre 1990

91-01575/

Dépôt légal - 4e trimestre 1990

SOMMAIRE

Ce mémoire traite de la mesure des bénéfices sociaux à la suite de la réfection d'une route entre deux régions, lorsque nous tenons compte de manière explicite du temps de déplacement.

Pour ce faire nous développons, en un début, un modèle d'équilibre du prix, du temps et du volume de transport. Ce modèle explicite le rôle du temps de transport conforme à la théorie développée par DeSerpa(1971) Nils Bruzelius(1979). En nous inspirant du processus d'équilibre d'un système de transport, tel que formulé par M. Gaudry (1979), il nous est possible, par la suite, de calculer les bénéfices, d'une rénovation routière, qui tiennent compte des changements d'équilibre du prix et du temps de transport.

Ces bénéfices, qui incorporent les modifications des surplus du producteur et du consommateur lorsque le temps de transport est reconnu explicitement dans le processus d'équilibre, nous permettent d'identifier la part des gains en temps.

D'autre part, les bénéfices calculés à partir de notre modèle, sont par la suite comparés à ceux obtenus à partir d'un modèle[1] qui n'inclu pas la dérivation du temps de transport d'équilibre. Nous pouvons ainsi constater que notre mesure des bénéfices, mesure qui incorpore les gains en temps, est supérieure à celle que nous retrouvons dans l'étude de Van der Tak et R. Anandarup. La différence entre les deux mesures est égale à la valeur de la variation du temps de transport, à la suite d'une rénovation routière, multipliées par le volume de trafic généré.

Mots-clés : bénéfices sociaux, surplus, demande, temps.

---

[1] Van der Tak, Herman G. et Ray Anandarup "The Economic Benefits of Road Transport Projects".

SUMMARY

This dissertation deals with the measurement of economic benefits following road repairs between two areas, while explicitly taking into account the time travelled.

Our purpose is to first create a model that will define an equilibrium in transportation cost, time and volume. This model explicitly considers the role of the time travelled in accordance with the theory developed by De Serpa (1971) and Nils Bruzelius (1979). By referring to the equilibrium method of a transportation system, as formulated in Gaudry (1979), we can then measure the benefits of a road repair which take into consideration the changes in equilibrium of the transportation cost and the time travelled.

These benefits, which include changes in the producer's and the consumer's surplus when the time travelled is explicitly taken into account in the equilibrium model, allow us to identify the time saved.

Moreover, our results are then compared to the benefits obtained from another model[1] which does not include a derivation of the time travelled. We can conclude that our benefit measurement, which includes the time savings, is superior to the measure found in the study done by Van der Tak and Anandarup. The difference between these two measures is equal to the value of the variation in the time travelled, following a road repair, multiplied by the traffic volume created.

Key words: social benefits, surplus, demand, time.

---

[1] Van der Tak, Herman G. and Ray Anandarup, "The Economic Benefits of Road Transport Projects".

RESUMEN

En esta tesis estudiamos los beneficios sociales debidos al mejoramiento de una carretera entre dos regiones cuando tomamos en cuenta de manera explicita el tiempo de desplazamiento.

En un principio, desarrollamos un modelo que determina un equilibrio del precio, tiempo y volumen de transporte. Este modelo toma en cuenta el tiempo de transporte en acuerdo con la teoria desarrollada por DeSerpa (1971).

Inspirandonos en el proceso de equilibrio de un sistema de transporte, tal como formulado por M. Gaudry (1979), nos es posible, en un segundo tiempo, calcular los beneficios sociales debidos a las modificaciones hechas a una carretera. Estos bemneficios, que incorporan los cambios del precio y del tiempo de transporte al equilibrio, nos permiten identificar la porcion atribuible a la modificacion del tiempo de transporte.

Al final, comparamos los beneficios calculados con nuestro modelo a los calculados a partir de un modelo[1] que no incluye la derivacion del tiempo de transporte de equilibrio. Podemos asi demostrar que nuestra medida de los beneficios, medida que incorpora las ganancias en tiempo, es superior a la encontrada por Van der Tak y Ray Anandarup. La diferencia entre las dos medidas es igual a la variacion del tiempo de transporte, debida al arreglo de la carretera, multiplicada por el valor del tiempo.

Palabras claves : beneficios sociales, demanda, tiempo.

---

[1] Van der Tak, Herman G. and Ray Anandarup, "The Economic Benefits of Road Transport Projects".

TABLE DES MATIERES

	Pages
SOMMAIRE	iii
LISTE DES GRAPHIQUES	vi
CHAPITRE PREMIER	1
I - Introduction	1
I-1 Plan de l'ouvrage	3
CHAPITRE DEUXIEME	5
II - La demande de transport	5
II-1 Le cadre classique	6
II-2 Le temps de voyage dans l'analyse de la demande	7
CHAPITRE TROISIEME	11
III- Mecanisme d'équilibre d'un marché de transport ..	11
III-1 Du côté de la demande	11
III-2 Du côté de l'offre	12
III-3 La procédure de performance	13
CHAPITRE QUATRIEME	20
IV - Le modèle de Van der Tak: mesure du surplus du consommateur à la suite de l'amélioration d'une route	20
CHAPITRE CINQUIEME	26
V - Extension du modèle: introduction du temps de transport dans l'analyse précédente	26
V-1 Cas simple: une seule route entre une région exportatrice et une région importatrice	26
V-2 Coût unitaire de transport variable	30
CHAPITRE SIXIEME	37
VI - Conclusion	37

Pages

BIBLIOGRAPHIE 38

ANNEXE A 40

ANNEXE B 41

REMERCIEMENTS 43

LISTE DES GRAPHIQUES

Pages

1. Equilibre Demande-Performance..... 14
2. Equilibre Demande-Offre-Performance..... 17
3. Equilibre à la suite de la réfection d'une route.... 19
4. Marché du bien X dans les régions A et B..... 21
5. Demande de transport du bien X entre les régions A et B..... 23
6. Effet du temps de voyage dans l'analyse du cas simple d'une route réparée entre deux régions..... 28
7. Surplus du producteur et du consommateur..... 32
8. Surplus du producteur et du consommateur lorsque nous introduisons le temps de déplacement de manière explicite dans l'analyse..... 34

CHAPITRE PREMIER

I - Introduction

La grande diversité et la qualité des services de transports offerts dans notre société, font du secteur des transports un secteur de pointe qui ne cesse d'évoluer.

Le besoin grandissant de services de transport provient essentiellement de l'interaction qui existe entre les activités sociales et économiques dispersées dans l'espace. Les raisons pour lesquelles les gens voyagent sont nombreuses: le fait d'aller faire son épicerie, de chercher un logement ou la simple promenade pour la satisfaction que cela peut procurer. Les biens sont aussi transportés d'un endroit à un autre pour de nombreuses raisons, allant du simple besoin économique de production ou de consommation, jusqu'à la recherche d'avantages ou de gains économiques.

Il semble donc primordial de pouvoir mesurer de la façon la plus précise possible les gains des différents agents économiques lorsque l'on propose une amélioration de l'infrastructure de transport existant. Un tel type de mesure à déjà été formulé par Van der Tak et Ray Anandrup (1971) et Jara Diaz (1980)[2] mais les résultats de ces deux

---

[2] S.R. Jara-Diaz et T.L. Friesz "Measuring the Benefits Derived From a Transportation Investment"

études nous semblent incomplets.

Dans ce mémoire, nous allons formuler une extension à leurs études en introduisant de manière explicite la variable temps de transport dans l'analyse de la demande et de l'offre de transport. Pour ce faire nous incluons le temps de transport de façon explicite dans les fonctions de demande et d'offre. De plus, nous ajoutons les courbes volume-délais afin de pouvoir déterminer la valeur d'équilibre du temps de transport. Nous montrerons comment ces ajouts modifient le calcul des bénéfices sociaux à la suite d'améliorations du réseau routier.

Ce calcul des bénéfices sociaux suit le mécanisme d'analyse de l'équilibre du marché de transport tel que présenté par M. Gaudry (1979)[3] et généralisé dans Florian et Gaudry (1980) (notion de courbes volume-délais). Par ailleurs, nous allons nous inspirer de la théorie économique concernant la valeur du temps en transport et en particulier de l'étude faite par Nils Bruzelius (1979)[4], afin d'introduire des fonctions de demande qui tiennent compte du temps de déplacement de manière explicite.

---

[3] Gaudry M. "Six Notions of Equilibrium and their Implications for Travel Modelling Examined in an Aggregated Direct Demand Framework"

[4] Bruzelius N. "The Value of Travel Time: Theory and Measurement".

I-1 Les grandes lignes de ce rapport sont les suivantes

Les trois premiers chapitres de cet ouvrage sont essentiellement descriptifs. Dans ces chapitres, nous allons présenter les "outils" nécessaires à l'élaboration de notre mesure des bénéfices sociaux à la suite de la réfection d'une route.

En premier lieu, nous allons dériver une fonction de demande de transport qui tient compte du temps de voyage. On introduira ainsi le modèle formulé par Nils Bruzelius (1979), modèle inspiré sur le travail fait par DeSerpa en 1972.

Le troisième chapitre décrit le mécanisme d'équilibre d'un marché de transport tel que proposé pour la première fois par M. Gaudry (1979). En particulier nous porterons notre attention à l'équilibre appelé "Demande-Offre-Perfor-mance".

Dans le quatrième chapitre, nous allons introduire l'analyse faite par Van der Tak (1971) concernant le calcul des bénéfices du consommateur à la suite de projets d'investissement routier. Cette analyse a comme caractéristique particulière qu'elle ne tient pas compte des courbes volume-délais et donc de l'effet du temps de transport sur le calcul des bénéfices du consommateur.

Enfin, en dernier lieu, on va analyser les bénéfices du

consommateur à la suite d'une amélioration d'un réseau routier en introduisant la congestion ou le temps de déplacement sur les routes.

CHAPITRE DEUXIEME

II - La demande de transport

Dans la vaste littérature concernant le transport, l'analyse de la demande est un sujet qui prend une place très importante. Ceci est dû en grande partie au fait que l'analyse de la demande de transport correspond à une des activités essentielles de la planification en transport. En particulier, l'analyse de la demande procure un cadre de travail qui permet l'estimation des besoins en transport ainsi que l'estimation des volumes de véhicules qui vont utiliser les infrastructures de transport. Donc, le fait de pouvoir prévoir quelle sera la demande de transport d'un certain endroit en question, constitue un outil important lors de l'élaboration de projets d'investissement dans ce domaine et dans l'élaboration de la faisabilité de ces projets.

Théoriquement, le modèle classique de demande du consommateur, tel que formulé par Arrow-Debreu, peut être utilisé pour analyser le marché du transport. Dans le modèle classique, le temps est incorporé par le biais d'un indice supplémentaire sur les différents biens (ex: x_{it} est le bien i au temps t). Le problème avec ce type de modèle est que nous aurions des difficultés quand à l'identification de la valeur du temps de consommation de chaque bien.

Dans le cadre de notre analyse, nous avons besoin que le

temps de consommation apparaisse dans la fonction de demande du consommateur de manière explicite (ex: $x_i(p_i,t_i)$ où p_i est le prix du bien et t_i le temps de consommation). Il nous faut donc dériver une fonction de demande individuelle où les variables temps et prix apparaissent comme arguments séparés et non pas sous forme d'un argument composite (ex: $x_i(P_i)$ où $P_i = p_i + vt_i$ et où v est la valeur du temps de consommation).

II-1 Le cadre classique:

Dans la théorie économique on suppose en général que les préférences du consommateur peuvent être représentées par une fonction d'utilité continue et deux fois différentiable, qui est strictement quasiconcave. De plus, il est supposé que le consommateur effectue ses choix comme s'il maximisait son utilité sous une contrainte budgétaire. Ceci peut être formulé de la façon suivante:

(1.1) $\quad \text{Max } U(x_1,\ldots,x_n,t_w) \text{ s/c } \Sigma p_i x_i - wt_w - I \leq 0$

où

$U(.)$ fonction d'utilité
x_i $\quad i=1\ldots n$ sont des quantités des différents biens.
t_w $\quad$ temps de travail du consommateur.
I $\quad$ revenu ne provenant pas du travail.
w $\quad$ salaire.
p_i $\quad i=1\ldots n$ sont les prix des différents biens.

Si on résout ce problème, toujours sous l'hypothèse de stricte quasiconcavité, on retrouve les fonctions de demande

individuelles qui ont la forme suivante;

(1.2) $x_i=x_i(p_1,\ldots,p_n,w,I)$ $\quad i=1,\ldots,n$

Ce type de modèle n'est cependant pas satisfaisant pour l'analyse dans le domaine du transport puisque le temps de consommation du bien (ou le temps d'attente pour ce bien), n'est pas reconnu de façon explicite dans la fonction de demande pour chaque bien. D'où le besoin de trouver un autre type de modèle.

II-2 Le temps de voyage dans l'analyse de la demande:

Le modèle que nous allons présenter est celui que l'on va utiliser dans notre analyse des bénéfices du consommateur.

Ce modèle, substitut pour les besoins de notre analyse au modèle classique, fut formulé par Nils Bruzelius (1979) et il est très similaire au modèle suggéré par DeSerpa (1972). La pertinence de ce modèle, pour notre analyse, est qu'il inclu, en plus des contraintes habituelles du modèle traditionnel de maximisation de l'utilité du consommateur (1.1)-(1.2), deux types de contrainte d'allocation du temps.

Ces contraintes nous permettront de mettre en évidence le rôle explicite du temps de consommation des biens dans l'analyse de la demande.

Le modèle se présente de la façon suivante:

$$(2.1) \quad \text{Max } U(x_1,\ldots,x_n,t_L,t_1,\ldots,t_n,t_w)$$

$$(2.2) \quad \text{s/c } \Sigma p_i x_i - w t_w - I \leq 0$$

$$(2.3) \quad t_L + \Sigma t_i + t_w - T = 0$$

$$(2.4) \quad q_i x_i - t_i \leq 0 \quad i=1,\ldots,n_1$$

$$(2.5) \quad q_i x_i - t_i = 0 \quad i=n_1+1,\ldots,n$$

où les nouvelles variables sont:

t_i $i=1,\ldots,n$ est le temps de consommation du bien i.
t_L est le temps de loisir.
q_i est le temps minimum nécessaire pour consommer une unité du bien i.
T est le temps total disponible pour la période.

La contrainte (2.2) est une contrainte budgétaire, (2.3) est une contrainte budgétaire du temps, et (2.4)-(2.5) sont deux types de contraintes d'allocation du temps. Donc, d'après ce modèle le consommateur maximise sa fonction d'utilité strictement quasiconcave en x_i, t_L, t_i et t_w, sujet aux 4 contraintes citées ci-dessus.

La fonction d'utilité est aussi définie pour les variables du temps, t_i, ce qui veut dire que le temps en soi peut procurer au consommateur de l'utilité ou de la désutilité.

Dans ce modèle on trouve deux sortes de contraintes concernant l'allocation du temps. Dans la contrainte (2.4) on suppose que les temps minimums de consommation, q_i, sont

donnés de façon exogène au consommateur. Cette contrainte peut être interprétée en disant qu'elle correspond au montant minimum de temps qui doit être dépensé pour faire un voyage, mais le consommateur a la possibilité de dépenser plus de temps s'il le désire (ex: voyages en voiture quand on a des limites de vitesse).

La contrainte (2.5) est supposée être contraignante en tout temps. Dans ce cas-ci, et en contraste avec ce qui a été dit pour la contrainte (2.4), les q_i peuvent ne pas être donnés de façon exogène au consommateur mais au contraire être contrôlés par ce dernier.

- Lorsque c'est un paramètre la contrainte peut être pertinente pour des voyages en transport en commun. Le temps minimums pour ces voyages sont donnés par un horaire et par conséquent le consommateur n'est pas libre de choisir plus ou moins de temps.
- Quand q_i est plutôt donné de façon endogène au consommateur la contrainte peut être pertinente pour des voyages en automobile où le conducteur est libre de choisir n'importe quelle vitesse.

Malgré le fait que la meilleure description des voyages se situe probablement entre ces deux extrêmes, les voyages caractérisés par des temps minimums (q_i) exogènes sont probablement les plus courants.

De ce problème de maximisation (2.1)-(2.5), lorsque q_i est donné de façon exogène, on dérive les fonctions de demande

suivantes:

$$(2.6) \qquad x_i = x_i(p_1, \ldots, p_n, w, q_1, \ldots, q_n, I) \qquad i=1, \ldots, n$$

Cette fonction de demande différe des fonctions de demande ordinaires dans le sens que les besoins de temps pour consommer un bien sont reconnus explicitement. Le paramètre correspondant au temps total T a été enlevé de (2.6) puisqu'il est donné par la période pour laquelle la fonction est définie et donc on ne peut lui associer qu'une seule valeur.

Enfin, un aspect important de cette "reformulation" de la théorie de la demande du consommateur est qu'elle ne change aucune des propositions et conclusions de l'économie du bien être.

CHAPITRE TROISIEME

III - Mécanisme d'équilibre d'un marché de transport

Maintenant que nous avons défini une fonction de demande où les variables temps et prix apparaissent comme arguments séparés, il nous faut montrer le rôle de la fonction de demande ainsi que celui de la fonction d'offre dans le mécanisme d'équilibre d'un marché de transport.
Pour ce faire nous utiliserons le système d'équilibre d'un marché de transport tel que proposé par M. Florian et M. Gaudry (1980). Ce modèle peut être résumé de la façon suivante:

III-1 Du côté de la demande:

$$(1) \quad D = G\ (A,\ B,\ C,\ M)$$

L'équation (1) explicite ce qui est appelé une procédure de demande de transport, telle que formulé par M. Gaudry et M. Florian. La procédure G, peut être composée conjointement d'un ou plusieurs modèles et de leur output. Prises ensembles, ces composantes génèrent la demande à partir des groupes de données identifiées du côté droit de l'équation (1).

Cette demande de transport est dérivée de l'activité économique et dépend des caractéristiques socio-économiques de

la population (A), des contraintes budgétaires des voyages (B), des niveaux de service comme le temps d'attente ou le risque (C) et des coûts financiers des usagers ("out-of-pocket expenditure") (M). Cette demande de transport pourrait correspondre à la demande agrégée des demandes individuelles déduites dans la première partie.

III-2 Du côté de l'offre:

(2) [T, F]=S(O, E, R, {ST})

L'équation (2) représente ce qui est appelé une procédure d'actions d'offre de transport. Comme la procédure G, la procédure S peut elle aussi être composée d'un ou plusieurs modèles à la fois.

Les actions d'offre [T, F] incluent, les caractéristiques des services d'opération, des capacités des infrastructures et des vehicules, les technologies utilisées, l'administration des opérations, les pratiques régulatrices (T), les tarifs et autres frais (F).

Les offrants, qui peuvent inclure les agences gouvernementales et les opérateurs privés, ont des objectifs (O) comme par exemple la maximisation des profits, revenus ou flux de passagers; souvent ces objectifs entrent en conflit et parfois ils ne sont définis qu'implicitement. Ces mêmes offrants ont des contraintes de ressources (R) et opérent dans un environnement plus ou moins régularisé (E). Dans de nombreux

cas leurs décisions sur [T,F] dépendent de l'état en vigueur du système de transport étudié (ST). L'état du système est déterminé par les valeurs attendues ou réalisées de la demande (D), du niveau des services (C), des coûts des usagers (M) et de la capacité effective ou pratique (Q).

III-3 La procédure de performance:

$$(3) \quad [C, M, Q] = P(D, [T, F])$$

Cette procédure de performance peut être expliquée de la façon suivante: Les niveaux de service (C), les coûts financiers des usagers (M) et la capacité effective du réseau, dépendent des niveaux de la demande (D) et des conditions d'offre de transport [T,F].

Nous avons donc ici un système à trois niveaux:
- une procédure de demande de transport
- une procédure d'offre de transport
- une procédure de performance (courbes volume-délais)

L'interaction de ces procédures nous permettra d'obtenir un niveau d'offre, de demande et de performance d'équilibre qui détermineront à leur tour le prix et le temps de transport d'équilibre.

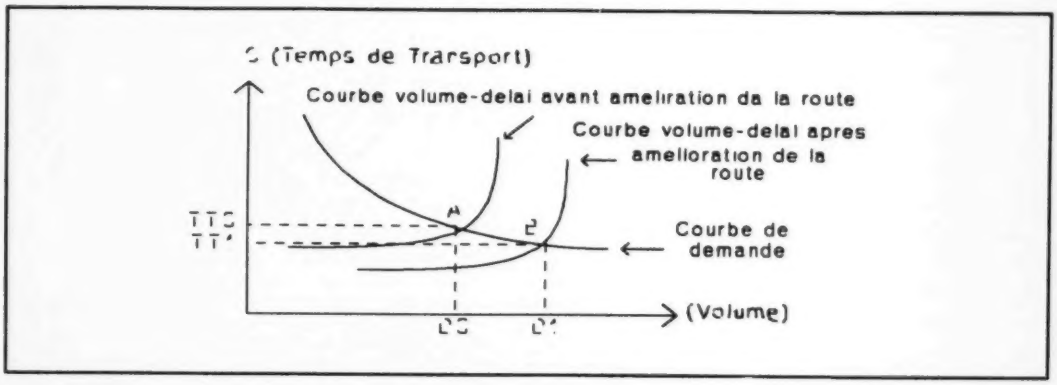
Pour bien comprendre les interactions possibles, entre ces différents niveaux, nous donnons ci-après l'exemple d'un

équilibre demande-performance D-P (Graphique 1).

Soit G une fonction de demande de transport quelconque et P une fonction volume-délai. L'intersection de ces courbes nous donnent un équilibre demande-performance.

Graphique 1

Equilibre Demande-Performance



L'interprétation de ce Graphique 1 est la suivante. Pour une offre d'infrastructure donnée et un niveau de demande D_0, on observe un niveau de congestion ou de temps de transport TT_0.

Il est utile, pour les fins de notre analyse de présenter maintenant quelques caractéristiques des courbes volume-délais. Ce type de courbes, construites à partir de données recueillies sur le terrain, nous spécifient le temps de déplacement sur une certaine route, compte tenu du nombre de véhicules circulant sur celle-ci. Dans notre exemple du

graphique 1, a un volume de transport égal à D0 correspond un temps de déplacement égal à TT0. Par ailleurs, toute amélioration du réseau routier, toutes choses étant égales par ailleurs, se traduit par un déplacement de la courbe volume-délai (V-D) vers la droite. Désormais, au même volume de véhicule D0 correspond un temps de déplacement moindre, égal à TT0'. De plus, cette route améliorée va attirer d'autres conducteurs de sorte que le nombre de véhicules circulant sur celle-ci passe de D0 à D1. A ce volume D1 correspond un temps de déplacement supérieur, et, égal à TT1, ce qui correspond au point B sur le graphique 1.

Mais ce type d'équilibre dans le marché des transports, souvent confondu avec un équilibre offre-demande (Gaudry 1979), n'est pas approprié dans le cadre de notre analyse, bien que la notion de courbe volume-délai le soit. Nous porterons donc notre attention à l'équilibre appelé dans l'étude faite par M. Gaudry et M. Florian (1980) Demande-Performance-Offre. Comme nous pouvons le deviner facilement par le nom donné à ce type d'équilibre, celui-ci est le résultat de l'interaction des trois procédures décrites antérieurement, c'est-à-dire,les procédures de demande, d'offre et de performance, notées G, S et P respectivement.

Il me semble important de noter ici que l'amélioration du réseau routier (réduction du temps de transport) aura en réalité, un effet tant sur la demande de transport que sur l'offre de transport par la diminution du prix de transport que cette amélioration implique. Ces effets, très importants

lors du calcul du surplus (perte) du consommateur suite à une amélioration du système routier, seront étudiés dans les sections suivantes.

Afin de faciliter le reste de notre analyse, nous ne parlerons plus de procédures mais nous allons supposer que nous avons trouvé des fonctions adéquates d'offre, de demande et de performance, pour les besoins d'analyse de notre système de transport. En particulier, nous allons supposer et ceci jusqu'à la fin de ce rapport, que la fonction de demande que nous allons utiliser correspond à une fonction de demande agrégée des fonctions de demande individuelles que nous retrouvons dans la première partie de ce rapport. Ainsi, notre demande agrégée de transport est fonction, entre autre, du vecteur des prix des différents biens et du vecteur des temps minimums de consommation de ces mêmes biens. Supposons aussi une fonction d'offre agrégée de transport quelconque et une fonction volume-délai[5] qui nous spécifie les délais subis par les usagers sur un lien selon le volume effectif sur ce lien.

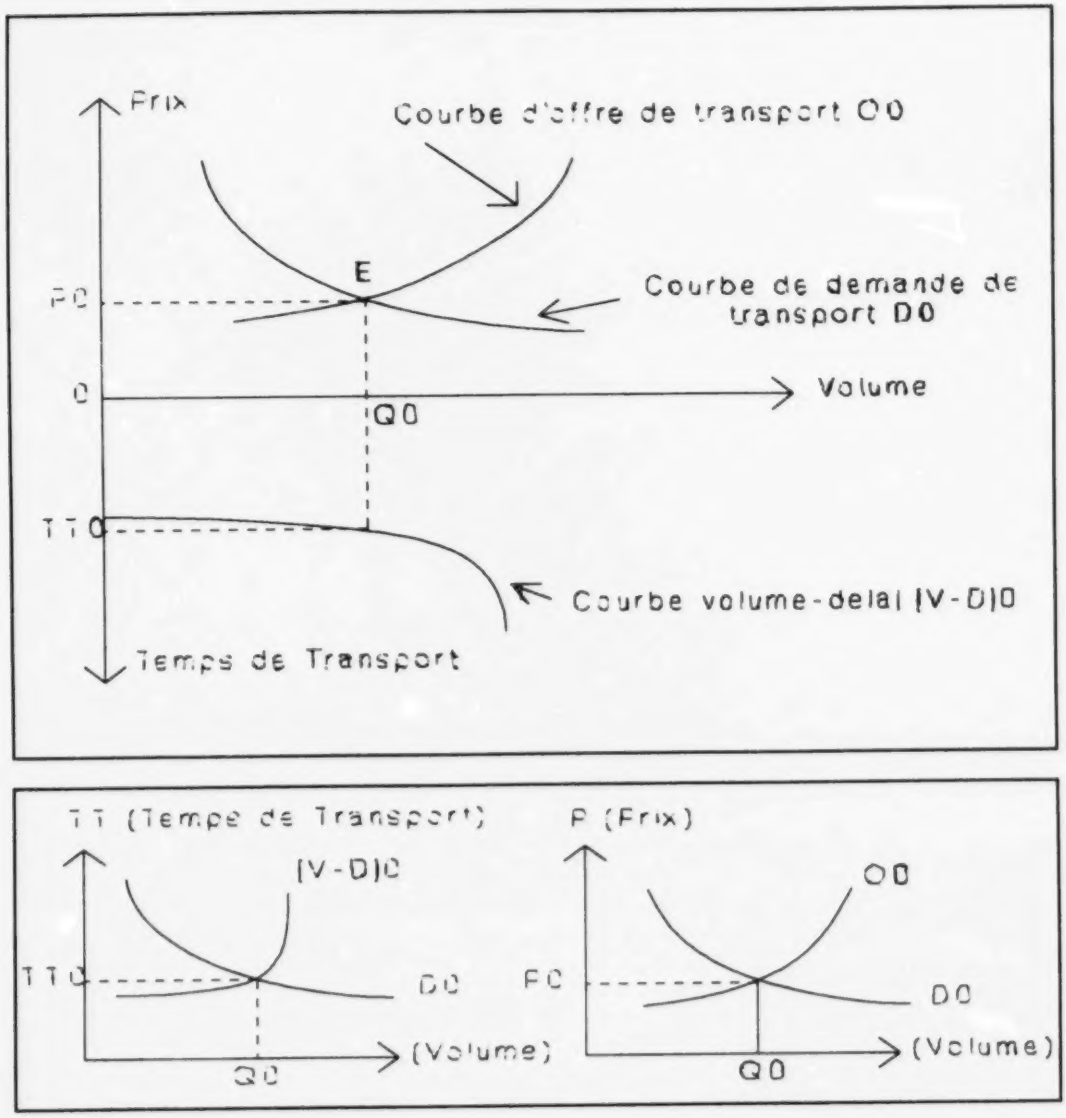
Pour essayer de bien comprendre ce qui se passe dans ce type de processus d'équilibre du marché de transport nous allons nous aider d'une représentation graphique (Graphique 2).

---

[5] La courbe volume-délai est une courbe empirique (construite par des ingénieurs)

Graphique 2

Equilibre Demande-Offre-Performance



Le Graphique 2 peut être interprété de la façon suivante. A l'équilibre (E), toutes choses égales par ailleurs, on observe un prix P_0 et un temps de voyage ou de transport TT_0 et un volume Q_0 de transport.

Maintenant, pour les fins de notre exposition, supposons que nous procédons à une amélioration du réseau routier qui fait en sorte que le temps de transport est réduit (ex: construction d'une voie supplémentaire sur l'autoroute Métropolitaine). Cette amélioration du réseau se traduit, dans le Graphique 3[6], par le déplacement de la courbe volume-délai vers la droite[7]. Suite à cette amélioration du réseau, la demande et l'offre de transport, qui sont fonction, entre-autres, du temps de déplacement, vont s'ajuster[8], de sorte que l'on se retrouve de nouveau dans une situation d'équilibre, point E', qui ne sera pas nécessairement égale à la situation d'équilibre initial, point E.

Il est important de préciser que le déplacement des courbes est fait de façon intuitive et ne sert qu'à l'illustration de notre exemple.

---

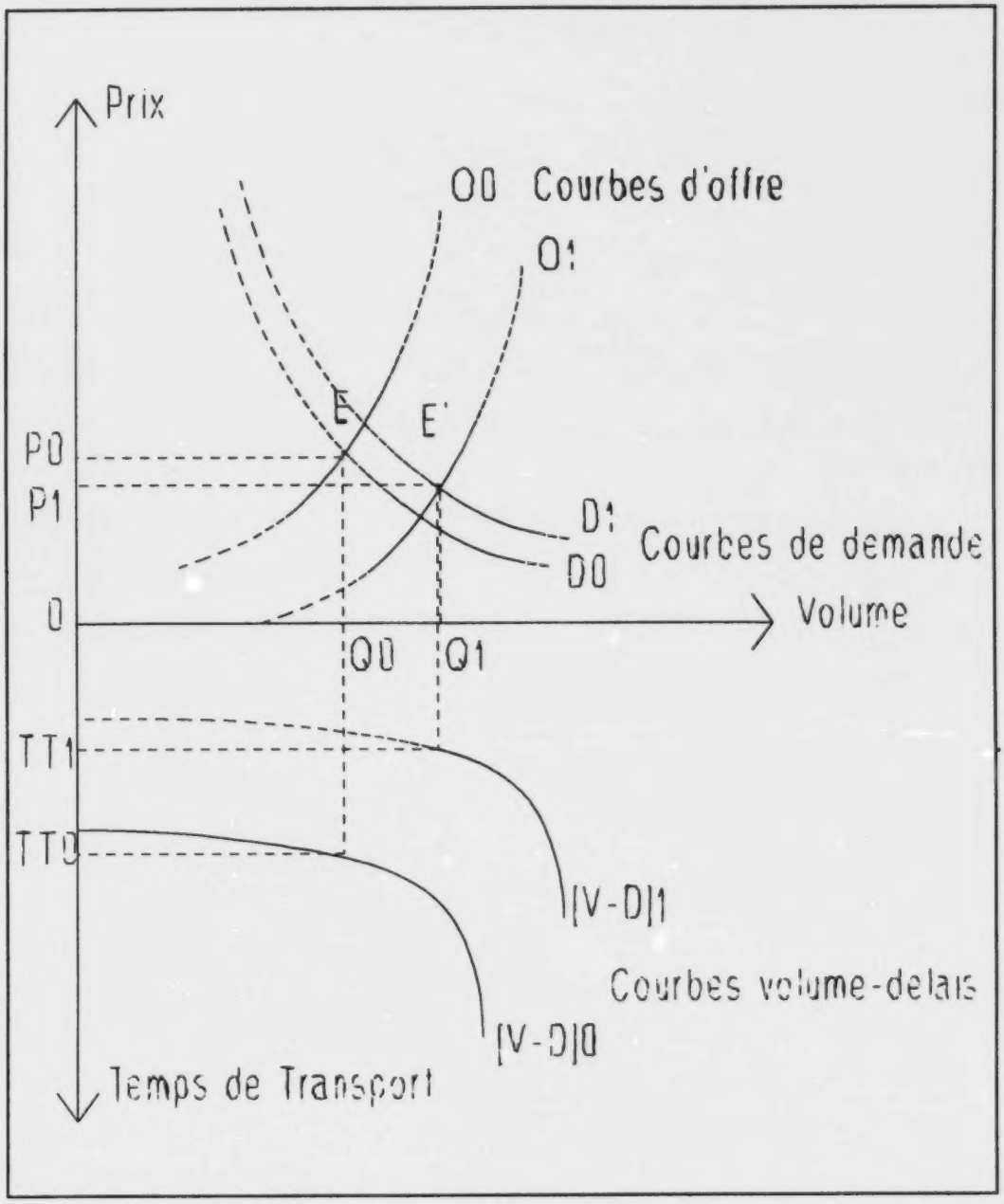
[6] Le Graphique 3 se trouve à la page suivante.

[7] Les explications des déplacements de la courbe volume-délais se trouvent à la page 14.

[8] A la suite de l'amélioration de la route, on assistera à une utilisation accrue, de la part des consommateurs et des offreurs de transport, de celle-ci

Graphique 3

Equilibre à la suite de la réfection d'une route



CHAPITRE QUATRIEME

IV - Le modèle de Van der Tak: mesure du surplus du consommateur à la suite de l'amélioration d'une route

Le modèle qui suit étudie la relation qui existe entre les bénéfices des usagers d'une autoroute d'une part et les bénéfices réalisés par les producteurs et les consommateurs des marchandises transportées d'autre part (c.à d. les bénéfices des non-usagers), lorsqu'un projet d'amélioration du réseau routier entraîne une réduction des coûts des services de transport entre deux régions données. Ce modèle d'équilibre partiel permet d'examiner les avantages que présente l'utilisation du surplus du consommateur pour mesurer les bénéfices directs d'un projet d'investissement routier.

Les hypothèses initiales de leur étude sont les suivantes.

1- Il existe une seule route entre une région importatrice A et une région exportatrice B. Cette simplification élimine les problèmes de la circulation détournée d'autres routes ou modes de transport et permet de concentrer l'analyse sur les bénéfices de la circulation normale et induite uniquement (cette hypothèse sera relâchée par la suite).

2- Cette route est exclusivement utilisée pour le transport d'un seul produit X.

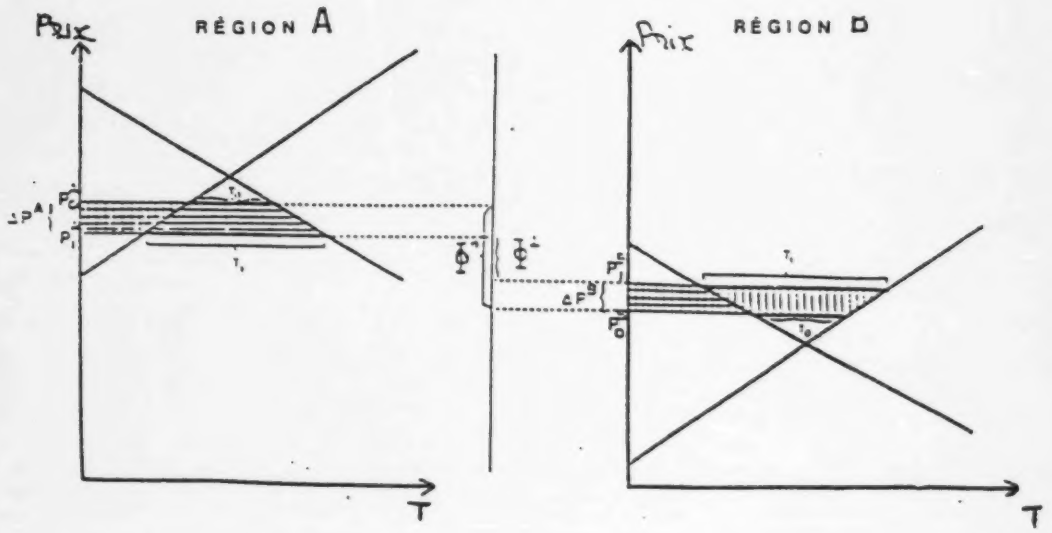
3- L'excédent du prix unitaire du bien X dans la région A

sur le prix unitaire de X dans la région B est toujours égal au coût de transport Φ.

Dans le contexte de ce modèle simple, on peut démontrer à l'aide du Graphique 4 que la demande du transport du produit X dépend des fonctions d'offre et de demande de X dans les régions A et B[9].

Graphique 4

Marché du bien X dans les régions A et B



L'explication du Graphique 4 est la suivante. Aux prix P^A_0 et P^B_0 on importe T_0 de la région B vers la région A au coût $\Phi_0=P^A_0-P^B_0$. A la suite d'une amélioration du réseau routier (dans ce cas on améliore la route entre les régions A et B),

[9] Cette démonstration se trouve à l'annexe A.

le coût unitaire de transport diminu et passe de Φ_0 à Φ_1. Cette diminution du coût de transport entre les deux régions se traduit dans la région A par une réduction du prix du bien X (le prix passe de P^A_0 à P^A_1)[10] et par une augmentation de prix dans la région B (le prix augmente de P^B_0 à P^B_1). Ces variations des prix, et par conséquent des quantités, dans les deux régions, sont essentiellement dues au fait que l'offre et la demande sont fonction du prix et du coût de transport du bien X. Le volume échangé, entre les deux régions, passe donc de T_0 à T_1. Ainsi, pour chaque variation du coût de transport "causée" par des modifications de la route nous observons des quantités de biens échangées et par le fait même, des volumes de circulation, différents. Le Graphique 5[11] représente la demande de transport du produit X entre les régions A et B où les quantités T_0 et T_1, qui correspondent aux coûts unitaires Φ_0 et Φ_1 respectivement, ont les mêmes valeurs que dans le Graphique 4 présenté précédemment.

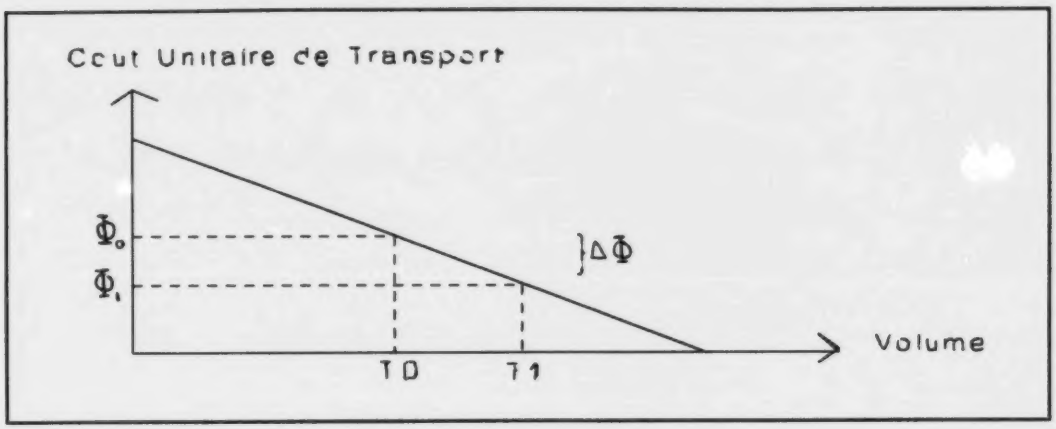
---

[10] Vu que le coût de transport a diminué, les individus de la région A veulent importer plus de biens X de la région B.

[11] Le graphique se trouve à la page suivante

Graphique 5

Demande de transport du bien X entre les régions A et B



Nous pouvons facilement comprendre que $\Delta\Phi * T_0$ et $1/2\Delta\Phi * \Delta T$ (où $\Delta\Phi = \Phi_1 - \Phi_0$ et $\Delta T = T_1 - T_0$) correspondent aux bénéfices de la circulation normale et induite respectivement. Maintenant, il est important de préciser que la totalité des bénéfices des usagers (bénéfices directs des usagers) qui correspondent à la surface $\Delta\Phi * (T_0 + 1/2\Delta T)$ sur le Graphique 5 sont égaux à l'ensemble des bénéfices nets des consommateurs et des producteurs du bien X dans les régions A et B et peuvent donc être mesurés de façon analogue dans les deux graphiques (soit dans les Graphiques 4 et 5).

Ainsi, dans le Graphique 4 (région A), la surface caractérisée par des lignes horizontales correspond à l'augmentation du surplus des consommateurs due à la diminution du prix du bien X dans la région A. La surface qui est lignée verticalement correspond aux pertes du surplus des

producteurs.

Ces pertes sont complètement compensées par une partie du surplus des consommateurs (surface carrelée) et donc la totalité des bénéfices nets, dans la région importatrice, correspomdent à $\Delta P^A * (T_0 + 1/2\Delta T)$ (surface délimitée par les deux lignes grasses). De la même façon, nous trouvons que les bénéfices nets, dans la région exportatrice, peuvent être mesurés par $\Delta P^B * (T_0 + 1/2\Delta T)$.

Si nous additionnons les bénéfices nets des deux régions nous trouvons que le résultat est égal à la totalité des bénéfices des usagers tels que mesurés sous la courbe de demande de transport du Graphique 5:

(3.1) $\Delta\Phi * (T_0 + 1/2\Delta T) =$

(3.2) $(\Delta P^A * (T_0 + 1/2\Delta T)) + (\Delta P^B * (T_0 + 1/2\Delta T))$

Dans leur article, Van der Tak et Al introduisent par la suite le cas de régions multiples[12] ainsi que le cas où le coût unitaire de transport n'est plus constant, comme nous l'avions supposé jusqu'ici. Dans ces deux nouvelles situations la mesure des bénéfices suite à l'amélioration de la route entre A et B reste essentiellement la même à celle trouvée ci-dessus.

---

[12] Voir annexe B pour le cas de trois régions.

Respectivement, les bénéfices à la suite de la réfection de la route entre A et B sont égaux à:

- dans le cas de régions multiples (ex: 2 régions exportatrices B, C et une région importatrice A);

(3.3) $$\Delta\Phi_{AB} * (T^{0}_{AB} + 1/2\Delta T_{AB})$$

- dans le cas de coûts unitaires de transport croissants;

(3.4) $$s * (T^{0}_{AB} + 1/2\Delta T_{AB})$$

où s correspond au déplacement vertical de la courbe d'offre de transport.

CHAPITRE CINQUIEME

V - Extension du modèle: introduction du temps de transport dans l'analyse

Dans cette section, nous allons essayer de démontrer l'importance du temps de transport dans l'analyse de projets de réfection d'un réseau routier. Pour cela nous allons introduire le temps minimum de transport, tel que défini dans la première section de ce texte dans l'étude faite par Van der Tak.

V-1 Cas simple: une seule route entre une région exportatrice et une région importatrice.

Etudions en premier lieu le cas simple de Van der Tak où on est juste en présence d'une seule route qui relie deux régions (A et B).

Les hypothèses nécessaires à notre analyse, dont quelques unes ont déjà été formulées par Van der Tak, sont les suivantes:

1- Le coût unitaire de transport est égal à la différence de prix du seul bien échangé X, entre les deux régions.
2- On suppose une route entre les régions A et B.
3- Nous supposons une amélioration de la route qui fait

diminuer le coût de transport entre A et B et qui fait aussi déplacer la courbe volume-délai vers la droite.

4- Nous supposons que la fonction de demande de transport dépend aussi du temps de transport (voir section I).

5- Nous supposons v : coût monétaire d'une unité de temps.

6- Nous supposons, pour des fins de simplification, que le déplacement des différentes courbes est parallèle par rapport aux courbes initiales et que la fonction de demande est linéaire[13].

Dans la situation initiale, nous avons une demande de transport D_0, une courbe volume-délai $V\text{-}D_0$, un coût de transport Φ_0 et un temps de transport entre les régions A et B égal à TT^0_{AB} (point B sur la courbe D_0).

Supposons maintenant que la route entre les deux régions soit améliorée de façon significative (ex: on change la route de campagne par une autoroute). Cette modification de l'état de la route va faire en sorte que le coût de transport diminue[14] jusqu'en Φ_1, que la courbe volume-délai se déplace vers la droite[15] (courbe $V\text{-}D)^1$ sur le Graphique 6) et donc que la courbe de demande se déplace elle aussi vers la droite (vu que

---

[13] Bien que nous n'explicitons pas ici la fonction de demande, il nous semble qu'il n'est pas impossible de dériver une fonction de demande qui soit linéaire dans les prix et le temps de déplacement.

[14] Par exemple les coûts d'usure ou en essence se voient diminués

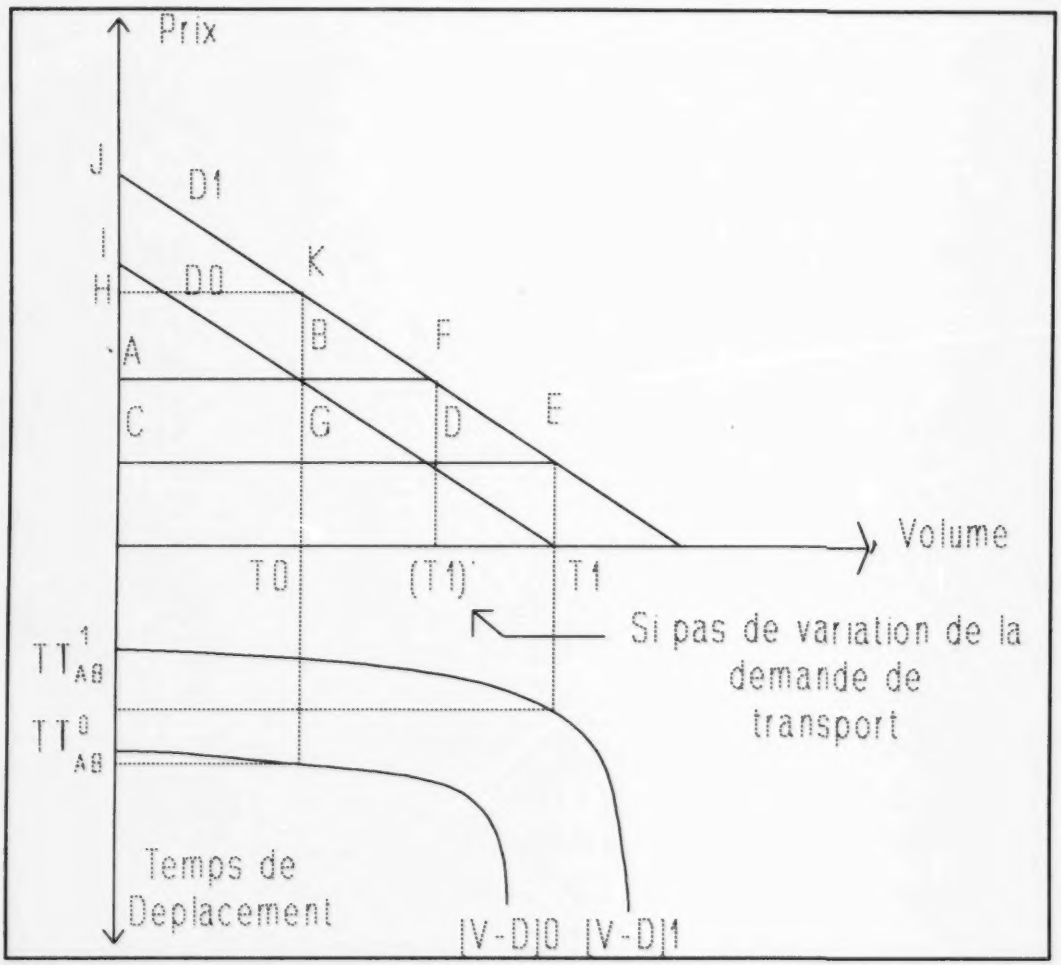
[15] Pour une même quantitée de vehicules, les temps de déplacement sur une autoroute sont moindres que sur une petite route de campagne.

le temps de transport entre A et B se voit diminué et que la demande est fonction du temps de déplacement).

Ces trois effets nous donnent le point E sur la courbe D^1 (voir Graphique 6).

Graphique 6

Effet du temps de voyage dans l'analyse du cas simple d'une route réparée entre deux régions.



Si nous étudions plus en détail le Graphique 6 nous constatons que dans la situation initiale, avant l'amélioration de la route entre les deux régions (on se trouve au point B), les bénéfices du consommateur correspondent au triangle délimité par les points A, B et I.

Si la route en question est réparée, nous passons du point B au point E. Dans cette nouvelle situation les bénéfices du consommateur sont égaux au triangle délimité par les points C, E et J.

Comme nous pouvons facilement remarquer, le triangle IBA est égal au triangle JHK (la comparaison des deux triangles est facilitée par l'hypothèse #6). Donc, les bénéfices nets, suite à la réfection de la route, sont égaux à l'aire délimitée par les points H,K,E et C (aire HKEC).
Puisque AH = BK = $v*\Delta TT_{AB}$ (ceci correspond au déplacement de la courbe de demande du à l'amélioration de la route entre A et B), et que AC est égal à $\Delta\Phi_{AB}$ alors nous trouvons que:

$$(4.1)\quad \underset{}{HKEC} = \underset{(ABCG)}{\Delta\Phi_{AB}*T_0} + \underset{(HKBA)}{v*\Delta TT_{AB}*T_0} + \underset{(KGE)}{((\Delta\Phi_{AB}+v*\Delta TT_{AB})*(1/2\Delta T))}$$

$$\text{d'où } HKEC = (\Delta\Phi_{AB} + v*\Delta TT_{AB})*(T^0_{AB} + 1/2\Delta T)$$

$\Delta\Phi_{AB} * T^0_{AB}$ correspond à la somme des épargnes au niveau des coûts, réalisées par les consommateurs en A et à l'augmentation des profits réalisés par les producteurs en B sur le volume normal de trafic. D'un autre côté $(v*\Delta TT_{AB}) * T^0_{AB}$ correspond aux gains provenant de la réduction du temps de transport entre les régions A et B. Enfin $(1/2\Delta T) * (\Delta\Phi_{AB} +$

$v^*\Delta TT_{AB}$), mesure la somme des surplus des consommateurs en A et des surplus des producteurs en B sur le trafic induit[16].

Si nous comparons notre résultat avec celui de l'étude de Van der Tak (c.à d. bénéfices nets = $\Phi_{AB}^*(T_0 + 1/2\Delta T'^{17})$) alors nous constatons que notre mesure est plus grande que celle que nous retrouvons dans leur analyse d'un montant égal à:

$$(4.2) \qquad [((\Delta\Phi_{AB} + v^*\Delta TT_{AB}) * (1/2\Delta T)) - (\Delta\Phi_{AB} * 1/2\Delta T)] + (v^*\Delta TT_{AB} * T_{AB}^0)$$

V-2 Coûts unitaires de transport variables.

Dans la partie antérieure, nous supposions que le coût unitaire de transport était constant, ne tenant ainsi pas compte du volume de trafic sur la route étudiée. Bien que cette notion soit valable pour un certain type de routes, nous observons en règle générale que le coût marginal de transport a tendance à augmenter si le volume de trafic dépasse un certain seuil de densité (c.à d. dépend de la capacité de la route). C'est pourquoi il est important d'étudier comment varie l'analyse des bénéfices du consomma-teur si nous supposons des coûts de transport variables.

---

[16] Il est important de préciser que la grandeur des déplacements des différentes courbes dans le Graphique 6 ne se basent sur aucun calcul empirique et ne servent qu'à l'illustration de notre démarche.

[17] T' correspond à $(T^1)'-T^0$ sur le Graphique 6 ce qui est différent de T qui est égal à T^1-T^0.

Les hypothèses additionnelles, à celles du cas simple, que nous faisons ici sont:

1- Les coûts unitaires de transport sont variables.

2- Les effets de revenu ainsi que les effets externes peuvent être ignorés.

3- Comme dans le modèle de trois régions, seule la courbe d'offre de transport entre les régions A et B augmente du au fait de l'amélioration de la route entre A et B (i.e. à volume de trafic donné entre A et B les coûts de transport vont diminuer si on améliore la route).

4- Nous allons supposer que la nouvelle courbe d'offre de transport est parallèle à celle d'avant l'amélioration de la route.

L'amélioration de la route entre A et B fera en sorte que la courbe d'offre de transport se déplace vers la droite (c.à d. le coût de transport d'un volume donné de trafic est plus petit après l'amélioration qu'avant celle-ci).
Dans ce cas, et toujours d'après l'analyse de Van der Tak, les bénéfices totaux, suite à l'amélioration de la route entre A et B seront égaux à:

(4.3) $s(T_{AB}^{0} + 1/2\Delta T'_{AB})$

où s correspond au déplacement vertical de la courbe d'offre de transport (on passe de O^0 à O^1).

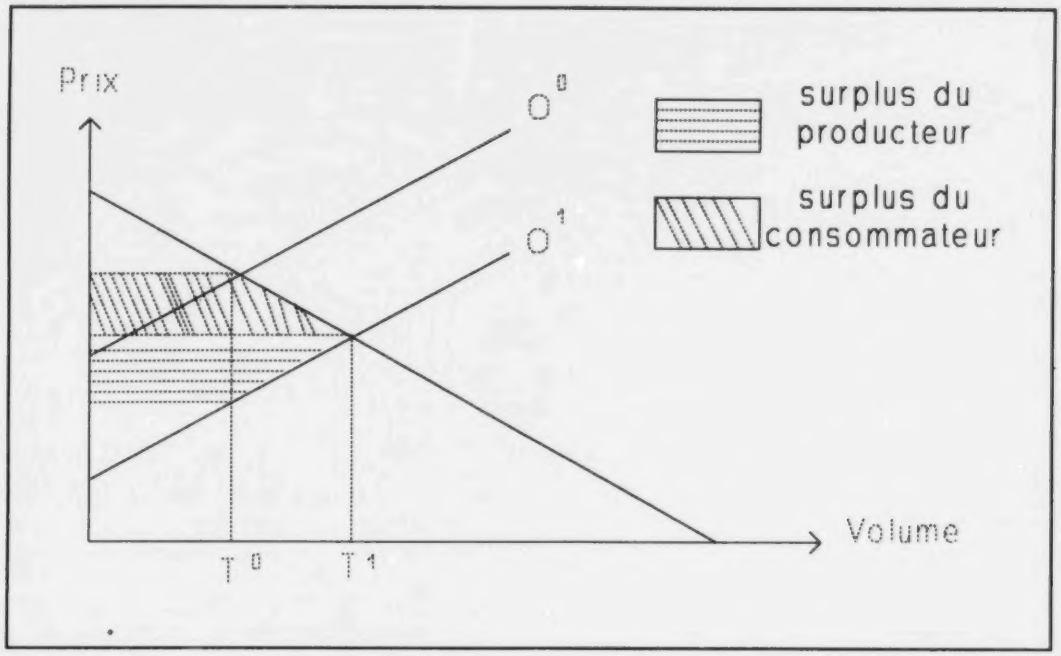
et

$\Delta T'_{AB}$ est égal à $(T_{AB}^{1})' - T_{AB}^{0}$.

Cette mesure est représentée par les parties hachurées dans le Graphique 7.

Graphique 7

Surplus du producteur et du consommateur.



Selon notre approche où nous introduisons une courbe de demande qui est fonction du temps de transport, les bénéfices totaux sont égaux à:

$$(4.4) \qquad (s + v*\Delta TT_{AB}) * (T_{AB}^{0} + 1/2\Delta T_{AB})^{18}$$

Ce résultat est tout-à-fait similaire au résultat que

---

[18] De nouveau ce résultat est représenté par la partie hachuré dans le Graphique 8.

nous avons trouvé dans le cas simple (voir section antérieure) à la différence qu'au lieu d'avoir $\underline{\Delta\Phi_{AB}}$ (coût de transport constant quelque soit le volume de transport) nous avons $\underline{s}$ (du à l'hypothèse de coûts de transport variables).

Avant que l'on procéde à l'amélioration de la route entre les régions A et B nous nous trouvons au point I du Graphique 8[19]. En ce point le volume de transport est égal à T^0 et le coût de transport est égal à Φ^0. Au point d'équilibre I le surplus du consommateur est représenté par le triangle FIJ et le surplus du producteur est représenté par le triangle FIK. Une fois l'amélioration de la route effectué, les courbes d'offre et de demande se déplacent vers la droite et nous nous retrouvons au point C (volume transporté égal à T^1, coût de transport égal à Φ^1). En ce nouveau point d'équilibre le surplus du consommateur et celui du producteur vont être égaux aux triangles GCL et GCM respectivement.

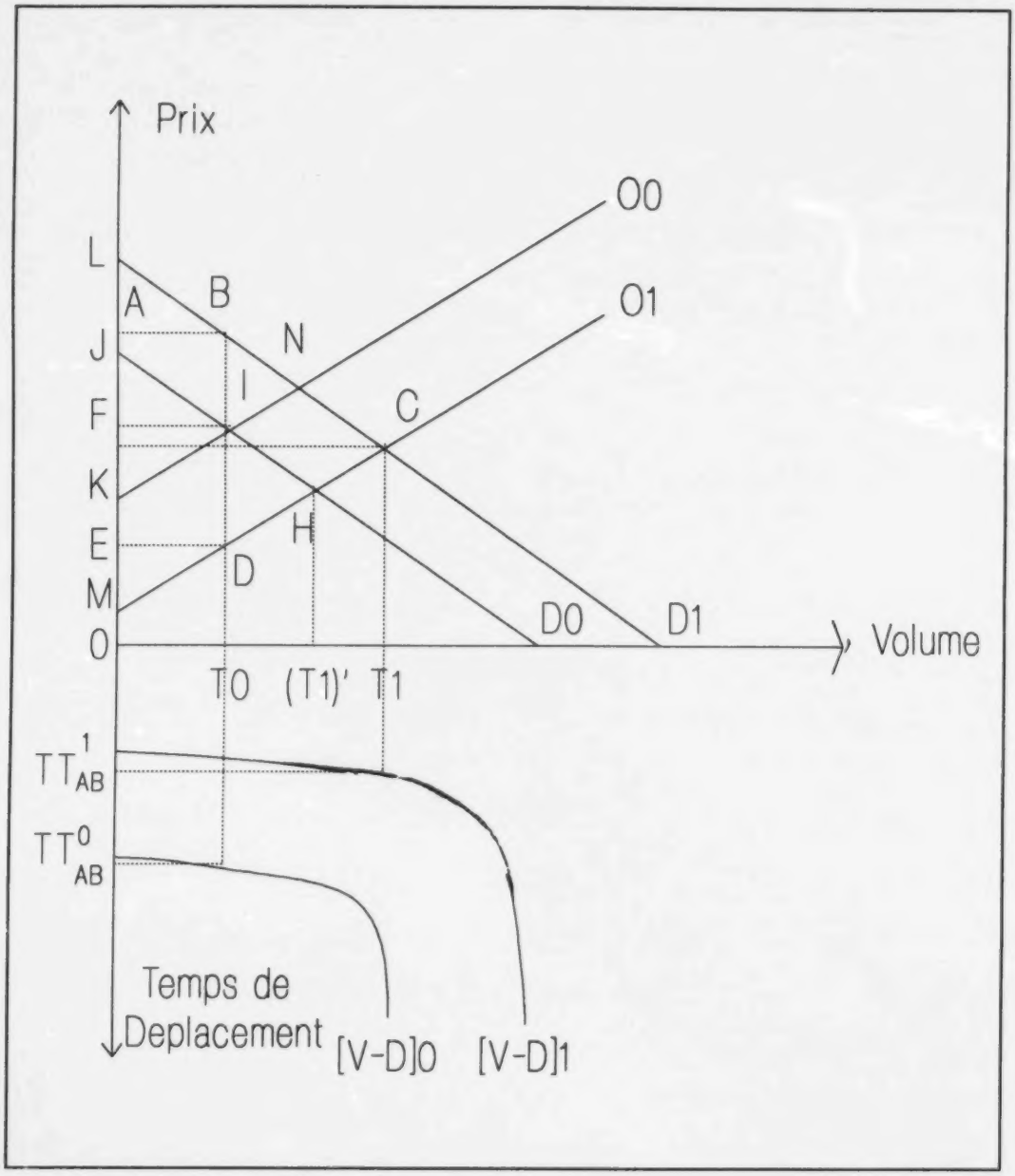
Procédons maintenant à l'analyse des bénéfices totaux de la même façon que nous l'avons fait dans le cas simple. Comme nous pouvons facilement constater les triangles FIJ et ABL sont égaux de même que pour les triangles FIK et EDM. Donc, les bénéfices additionnels, suite à l'amélioration de la route entre les régions A et B sont égaux à l'aire ABCDE (rectangle ABDE + triangle BCD).

---

[19] Voir page suivante

Graphique 8

Surplus du consommateur et du producteur lorsque nous introduisons le temps de déplacement de manière explicite.



Puisque AF = BI = $v^*\Delta TT_{AB}$ et que FE = ID = s alors nous trouvons que:

(4.5) $$ABDE = (s + v^*\Delta TT_{AB}) * T_{AB}^0$$

et

(4.6) $$BCD = (s + v^*\Delta TT_{AB}) * (1/2\Delta T_{AB})$$

Les bénéfices additionnels (par rapport à ceux d'avant le projet de rénovation) suite à l'amélioration de la route sont donc, de nouveau, égaux à:

(4.7) $$ABDE + BCD = (s + v^*\Delta TT_{AB}) * (T_{AB}^0 + 1/2\Delta T_{AB})$$

Comparons maintenant ce résultat avec celui trouvé par Van der Tak et Al. Comme nous pouvons facilement constater à partir de la figure 8 la mesure que nous trouvons dans notre analyse (c.à d. aire égale à ABCDE) est plus grande que celle trouvé par Van der Tak (c.à d. aire égale à FJHDE).

Si nous soustrayons les deux aires, nous trouvons:

(4.8) $$ABCDE - FIHDE = ABCHIF$$

Nous constatons ainsi que notre résultat est plus grand que celui de Van der Tak par un montant égal à:

$$(4.9) \quad ABCHIF = ABIF + BICH = ABIF + (BCD - IHD)$$

ou

$$(4.10) \quad ABCHIF = \underbrace{(v*\Delta TT_{AB}*T_{AB}^{0})}_{(ABIF)} + \underbrace{((s+v*\Delta TT_{AB}) * (1/2\Delta T_{AB}))}_{(BCD)} - \underbrace{(s * (1/2\Delta T'_{AB}))}_{(IHD)}$$

Donc, nous retrouvons la même différence que celle que nous avions trouvée dans la section IV-1[20]. De nouveau nous constatons que le fait de ne pas incorporer le temps de transport nous conduit à une sous-estimation des bénéfices du consommateur.

---

[20] Au lieu d'avoir $\underline{\Delta\Phi}_{AB}$ comme dans le cas de la section IV-1, nous avons ici $\underline{s}$ (déplacement vertical de la courbe d'offre de transport).

CHAPITRE SIXIEME

VI - Conclusion

Dans ce rapport nous nous sommes donnés pour but de démontrer la pertinence du temps de transport dans toute étude concernant l'amélioration de l'infrastructure de transport déjà existant.

Nous avons, pour ce fait, introduit une fonction de demande agrégée qui tient compte du temps de consommation des différents biens dans une analyse de réfection routière (où on ne tenait pas compte de façon explicite du temps de déplacement).

Comme nous avons pu constater, dans la dernière section de ce travail, le fait de ne pas tenir compte du temps de consommation des différents biens peut nous conduire à des erreurs systématiques de sous-évaluation des bénéfices (ou pertes) du consommateur. D'où l'importance de bien expliciter et mesurer dans toute étude de demande de transport la variable correspondant au temps de déplacement sur chaque lien.

Il nous reste par la suite le problème "d'attribuer" une valeur monétaire optimale à ce temps de transport, mais ceci peut faire partie d'un autre travail de recherche.

BIBLIOGRAPHIE

Agnello, J.R.
Economic Evaluation of Highway System Benefits, Transport Research vol. 11, pp. 365-369.

Bruzelius, Nils
The Value of Travel Time: Theory and Measurement, chap. 2-3 pp. 26-86, Croom Helm Ltd London 1979.

DeSerpa, A.J.
A Theory of the Economics of Time, The Economic Journal vol. 81, pp. 828-845, 1971.

DeSerpa, A.J.
Microeconomic Theory and the Valuation of Travel Time: Some Clarification, Regional and Urban Economics, vol. 2, pp. 401-410, 1973.

Dupuit, Jules
De la nature de l'utilié des traveaux publics, Annales des ponts et chaussées, vol. 8, 1844; traduction anglaise "International Economic Paper, no. 2, 1952.

Florian M. et Gaudry M.
A Conceptual Framework for the Supply Side in Transportation Systems, Transpn. Res.-B vol 14B pp. 1-4 Pergamon Press Ltd. 1980.

Florian M. et Gaudry M.
Transportation Systems Analysis: Illustrations and Extensions of a Conceptual Framework, Publication # 227 du Centre de Recherche sur les Transports, 1982.

Florian M., Gaudry M. et Lardinois C.
Transportation Planning Models: A Synthesis of Various Uses, Publication # 471 du Centre de Recherche sur les Transports, 1986.

Gaudry M. et Wills M.J.
Estimating the Functional Form of Travel Demand Models, Transpn. Res. 12, pp. 257-289, 1978.

Gaudry M.
A Note on the Economic Interpretation of Delay Function in Assignment Problems, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, 118, 368-381, 1976.

Gaudry M.
Six Notions of Equilibrium and their Implications for Travel Modelling Examined in an Aggregated Direct Demand Framework, in Hensher, D. and P. Stopher, eds, Behavioural Travel Modelling, Croom Helm, Ch. 6, 138-163 1979.

Glaister, S
Generalized Consummer Surplus and Public Transport Pricing, Economic Journal 1984.

Kanafani, Adib
Transportation Demand Analysis, Ch. 4, 5 et 8, pp.87-139 et 219-231, McGraw-Hill Series in Transportation, 1983.

Mohring, Herbert
Transportation Economics, Ch. 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, pp.5-54 et 75-105, Ballinger Publishing Company, Cambridge, Mass., 1976.

Van Der Tak, Herman G. et Ray Anandarup
The Economic Benefits of Road Transport Projects, World Bank Staff Occasional Paper no.13, John Hopkins Press, Baltimore 1971, 42 p.

ANNEXE A

Dans le cotexte du modèle simple, il est possible de démontrer à l'aide de la Figure 4 que la demande de transport du produit X dépend des pentes des fonctions d'offre et de demande de X dans les régions A et B.

Soit -E et -G les pentes des courbes de demande pour X dans les régions A et B respectivement.

Soit F et H les pentes des courbes d'offre dans ces mêmes régions

$\Delta T/\Delta P_A = \Delta D_A/\Delta P_A - \Delta O_A/\Delta P_A = -E-F$ donc $\Delta T = -(E+F)\Delta P_A$
$\Delta T/\Delta P_B = \Delta O_B/\Delta P_B - \Delta D_B/\Delta P_B = H-(-G)$ donc $\Delta T = (G+H)\Delta P_B$

Puisque $\Delta\Phi = \Delta P_A - \Delta P_B$ alors $\Delta\Phi = (-\Delta T/(E+F))*(\Delta T/(G+H))$

et on trouve donc:

$$\Delta T/\Delta\Phi = -((E+F)*(G+H))/(G+H+E+F)$$

Conclusions

- Si on connait les fonctions de demande pour X dans les régions A et B, l'augmentation du volume de circulation induite par une baisse du coût unitaire des services de transport sera d'autant plus grande que l'une et/ou l'autre fonction d'offre réagit à un changement de prix.
- Même principe dans le cas des fonctions d'offre.

ANNEXE B

Extension du modèle simple de deux régions à un modèle à régions multiples.

Les hypothéses suplementaires à celles déjà citées dans le cas simple (voir chapitre IV) que l'on fait dans ce cas sont les suivantes:

- Il existe une route qui relie la région importatrice A à une autre région exportatrice du bien X (région C).
- Le coût unitaire de transport entre A et C est supposé constant.

Suite à l'amélioration de la route entre A et B, le prix dans les régions A et C diminuent du même montant d'après les nouvelles hypothéses et le prix dans la région B augmente.

Dans cette situation nous avons deux types d'effets; le premier effet correspond à des gains résiduels faits dans les régions A et B, le deuxiéme effet correspond à des pertes résiduelles dans la région C.

* Les gains résiduels dans la région A sont égaux à:

$$\Delta P_A * (T^0_{AB} + 1/2\Delta T_{AB}) + \Delta P_A * (T^0_{AC} - 1/2\Delta T_{AC})$$

où $\Delta P_A * (T^0_{AB} + T^0_{AC})$ = gains de A sur le trafic habituel provenant des régions B et C.

$\Delta P_A * (1/2\Delta T_{AB})$ = gains de A sur le trafic induit provenant de la région B.

$\Delta P_A * (-1/2\Delta T_{AB})$ = pertes de A sur la reduction du trafic provenant de la région C.

* Les gains résiduels dans la région B sont égaux à:

$$\Delta P_B * (T^0_{AB} + 1/2\Delta T_{AB})$$

* Les pertes résiduelles dans la région C sont égales à:

$$\Delta P_C * (T^0_{AC} - 1/2\Delta T_{AC})$$

Puisque $P_A = P_C$ (d'après les hypothéses) alors les pertes résiduelles dans la région C sont équivalentes à une partie des gains résiduels dans la région A. Donc, les bénéfices totaux sont égaux à:

$$\Delta P_A * (T^0_{AB} + 1/2\Delta T_{AB}) + \Delta P_B * (T^0_{AB} + 1/2\Delta T_{AC}).$$

Cette mesure est donc égale à $\Delta\Phi_{AB} * (T^0_{AB} + 1/2\Delta T_{AB})$ qui est exactemnet la même valeur que celle trouvée dans le cas simple des deux régions présenté dans le chapitre IV.